

# Point défini par une égalité vectorielle

## Fiche méthode

Dans un repère, pour déterminer les coordonnées d'un point défini par une égalité vectorielle :

1. On détermine les coordonnées de tous les vecteurs qui apparaissent dans l'égalité (éventuellement en fonction des coordonnées du point cherché) ;
2. On traduit l'égalité vectorielle par deux égalités sur les coordonnées ;
3. On résout le système obtenu ;
4. On conclut.

## Exemple

Dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A(1;1)$ ,  $B(-3;5)$  et  $C(2;-4)$ .

Déterminer les coordonnées du point  $H$  tel que :

$$3\overrightarrow{AH} - 4\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BH}$$

1. On calcule les coordonnées des vecteurs

$$\overrightarrow{AH} \begin{pmatrix} x_H - 1 \\ y_H - 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 - (-3) \\ -4 - 5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BH} \begin{pmatrix} x_H - (-3) \\ y_H - 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BH} \begin{pmatrix} x_H + 3 \\ y_H - 5 \end{pmatrix}$$

2. On traduit l'égalité vectorielle

$$(E) : 3\overrightarrow{AH} - 4\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BH} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_H - 1) - 4 \times 5 = x_H + 3 \\ 3(y_H - 1) - 4 \times (-9) = y_H - 5 \end{cases}$$

3. On résout le système

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_H - 3 - 20 = x_H + 3 \\ 3y_H - 3 + 36 = y_H - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_H = 20 \\ 2y_H = -38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = 10 \\ y_H = -19 \end{cases}$$

4. On conclut

On déduit des calculs précédents que  $H(10; -19)$