Angles orientés

1 On considère les points A, B, C, D, E et I, respectivement point-images sur un cercle trigonométrique des nombres suivants :
$\frac{\pi}{4}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$, $-\frac{3\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{4}$ et 0.
Donner une mesure des angles orientés suivants :

1. $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}\right)$
2. $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$
3. $\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA}\right)$
4. $\left(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OB}\right)$
5. $\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OE}\right)$
6. $\left(\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OD}\right)$

2 $ABCD$ est un carré de sens direct de centre O.
Donner une mesure des angles orientés suivants :

1. $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$
2. $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)$
3. $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\right)$
4. $\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AD}\right)$
5. $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)$
6. $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$

3 Déterminer la mesure principale des angles orientés dont une mesure est :

1. $-\frac{7\pi}{5}$
2. $\frac{18\pi}{4}$
3. $\frac{4\pi}{3}$
4. $\frac{7\pi}{10}$

4 Déterminer la mesure principale des angles orientés dont une mesure est :

1. $-\frac{21\pi}{4}$
2. $\frac{37\pi}{7}$
3. $-\frac{2\pi}{3}$
4. $\frac{23\pi}{10}$

5 Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels que :
$(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$.
Donner la mesure principale des angles orientés suivants :

1. $(-\vec{u},-\vec{v})$
2. $(\vec{v},\vec{u})$
3. $(-\vec{v},-\vec{v})$
4. $(-\vec{v},\vec{u})$

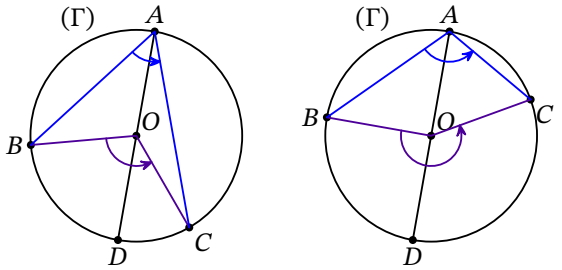
6 Soit A, B et C trois points tels que :
$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = -\frac{\pi}{5} + 2k\pi$.
Donner la mesure principale des angles orientés suivants :

1. $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC}\right)$
2. $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BA}\right)$
3. $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$
4. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CA}\right)$

7 Soit A, B, C et D des points du plan tels que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$.
Démontrer que le triangle ABD est rectangle en A.

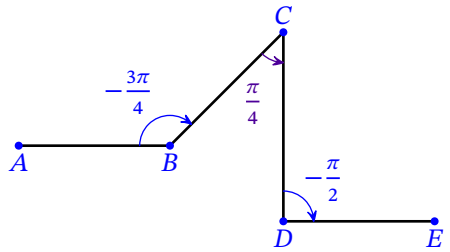
8 A, B, C et D sont des points tels que :
$\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$, BCA est rectangle en B et de sens direct (c'est-à-dire $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$) et $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right) = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$.
Montrer que les points A, C et D sont alignés.

9 Soit A, B et C trois points d'un cercle (Γ) de centre O. Soit D le point diamétralement opposé à A sur (Γ).



1. a) Montrer en utilisant la relation de Chasles que $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right) = \pi - \left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right) + 2k\pi$.
   b) Exprimer que la somme des angles du triangle AOB est égale à π.
   c) En déduire que $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right) = 2\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AO}\right) + 2k\pi$.
2. On peut montrer de même que :
   $\left(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OC}\right) = 2\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AC}\right) + 2k\pi$.
   En déduire que $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right) = 2\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) + 2k\pi$.
3. Quel théorème connu a-t-on (re)démontré ?

10 $ABCDE$ est la ligne brisée ci-dessous.



Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?