Devoir surveillé nº 6

Première S4 – 4 décembre 2017 – Durée : 1 heure

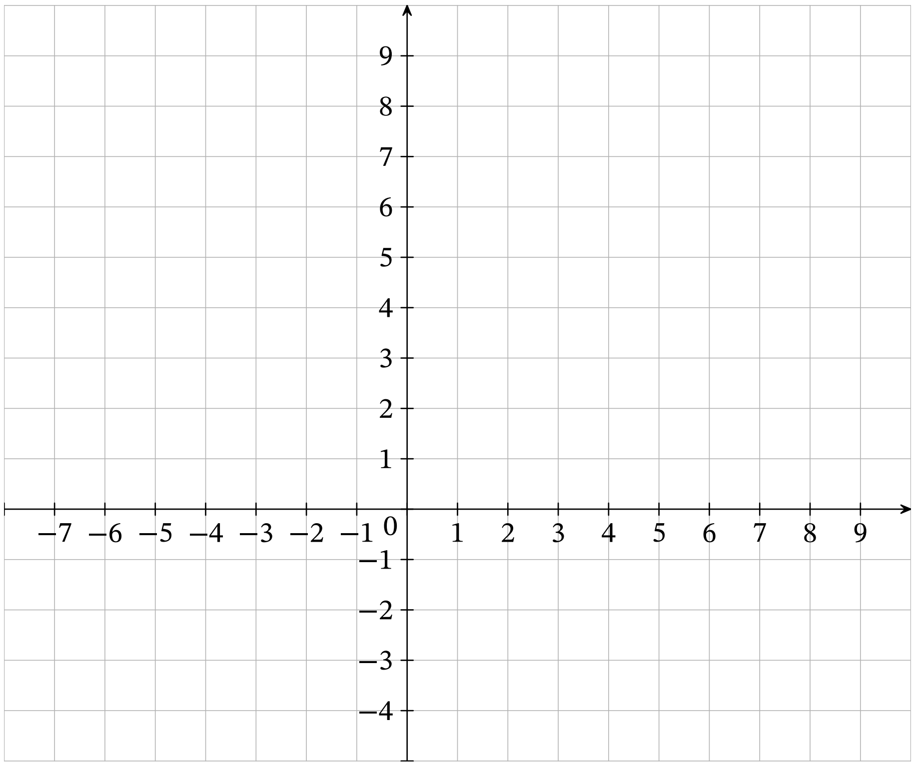
Exercice 1 — 7 points

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^2+3x}{2x-2}$$

On appelle $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère.

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Interpréter graphiquement le résultat.
3. Étudier les variations de f sur $\mathcal{D}_f$.
4. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.
5. Tracer l'allure de $\mathcal{C}_f$ en cohérence avec les questions précédentes.



Exercice 2 — 5 points

Soit g la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

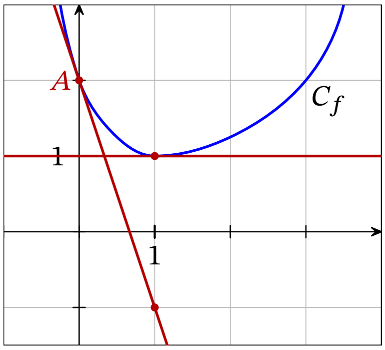
$$g(x) = (x^2-5x)\sqrt{x}$$

1. Justifier que g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ puis démontrer que, pour tout $x \in\,]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = \frac{5}{2}\sqrt{x}(x-3)$$

2. En utilisant le taux d'accroissement, démontrer que g est dérivable en 0.
3. Dresser le tableau de variations de g sur $[0\,;+\infty[$.

Exercice 3 — 4 points



Le graphique ci-contre représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $I = [-0,5\,;4]$ et deux de ses tangentes.
Pour chaque question, une ou deux propositions est exacte.
Cocher les réponses exactes. Aucune justification n'est demandée.

1. Le graphique permet d'affirmer :

   ❑ $f(2) = 0$ ❑ $f'(0) = 2$ ❑ $f'(1) = 0$ ❑ $f'(2) > 1$

2. On pose $g(h) = \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$

   ❑ $\lim\limits_{h \to 0} g(h) = -3$ ❑ $\lim\limits_{h \to 0} g(h) = 1$ ❑ $\lim\limits_{h \to 0} g(h) = 0$ ❑ $\lim\limits_{h \to 0} g(h) = -\frac{1}{3}$

3. La fonction f ne s'annule pas sur I. On peut donc définir la fonction u sur I par $u = \dfrac{1}{f}$. On a alors :

   ❑ $u'(0) = \frac{3}{4}$ ❑ $u'(1) = 1$ ❑ $u'(0) = -\frac{3}{4}$ ❑ $u'(1) = 0$

Exercice 4 — 4 points

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels **fixés**.

1. Calculer, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)$ en fonction de x.
2. On sait que $f'(0) = 3$, $f'(1) = -1$ et $f(1) = 6$. Déterminer a, b et c et en déduire $f(x)$ en fonction de x.